

## La relativité restreinte aujourd'hui ?

La théorie de la relativité restreinte est dans un surprenant état. Je dis bien la théorie , parce que du point vue pratique ça marche très bien. Les errances de l'interprétation n'entraînent en général pas d'erreur grave. Elles sont néanmoins nuisibles car elles empêchent la compréhension profonde de relativité , et entraînent toute une littérature superfétatoire.

On peut résumer cette situation en une seule phrase : existe-t-il une unité de temps ? Ou pour être plus précis , existe-t-il maintenant des horloges modernes complètement insensibles aux déplacements (dans certaines limites , qui dans le cas des horloges atomiques doivent être presque infinies). Je ne doute pas de la réponse que donnerait n'importe quel fabricant d'horloges , mais ici nous cherchons une réponse théorique.

Commençons par le commencement , c'est à dire par Einstein. Je sais qu'il y en a eu d'autres , mais c'est bien Einstein qui a posé le premier postulat : « The laws by which the states of the physical systems undergo changes are not affected , whether these changes of state be referred to the one or the other of two systems of co-ordinates in uniform translatory motion ». La cause paraît entendue : bien sûr les horloges font partie des ces systèmes. Donc le rythme des horloges reste constant dans un tel déplacement. Mais malheureusement Einstein n'a jamais dit ça de cette manière !

Einstein a préféré observer la marche des horloges à partir d'une système réputé immobile. Il y était fortement incité par le fait qu'il citait des exemples ferroviaires. En effet le décalage temporel entre le train et le quai de la gare , augmentait de gare en gare , et l'interprétation la plus évidente était que l'horloge transportée retardait ... . Pourtant Einstein a fait quelque chose de surprenant , en « inventant » sans avoir l'air d'y toucher une notion qui ne surgira que beaucoup plus tard , le « clock postulate » qui suppose qu'il admet la constance du rythme de l'horloge tout le long d'une trajectoire grosso modo circulaire ! On peut donc penser que Einstein n'est pas dupe de sa propre interprétation.

Arrêtons-nous un instant à ce stade. Einstein vient de démontrer , un peu laborieusement , la transformation dite de Lorentz , sans avoir fait aucune hypothèse sur la marche des horloges. Il n'était donc pas obligé de faire « comme si » les horloges mobiles retardaient. Une physicienne habile , m'a fait tout de suite remarquer qu'en somme Einstein manipulait non pas des horloges réelles mais des « concepts d'horloges » ! Je n'y avais jamais pensé. En effet aussi bien Einstein que Lorentz et que Poincaré , qui travaillaient uniquement en coordonnées , semblaient se soucier fort peu des unités employées , ce qui les aurait forcés à s'intéresser de près aux horloges ! Einstein est d'autant plus coupable qu'il a senti le besoin , quand même , de préciser la nature (Unruh Uhr , montre à spirale ...) de la montre qui voyage entre les pôles et l'équateur !

Mais entre-temps Minkovski a dégagé le concept d'espace-temps ! Or c'est un espace métrique qui peut être défini d'une manière complètement abstraite sans recourir à la représentation « concrète » habituelle. Il suffit de poser les relations vectorielles suivantes pour le repère  $R$  :

$$\begin{array}{l} 1/ \quad Q(x, y) = x.y \\ 2/ \quad (e_0)^2 = 1 \quad (e_1)^2 = -1 \quad e_0.e_1 = 0 \end{array}$$

ce qui permet de construire immédiatement son tenseur métrique (pour un repère pseudo-orthonormal).

On peut dire que pour n'importe quel autre repère pseudo-orthonormal , on a les mêmes relations de définition , à compléter par :

$$3/ \quad e_0.e'_0 = e_1.e'_1 = \gamma$$

Bien entendu rien ne différencie ces deux repères , que l'on peut imaginer se déplaçant l'un par rapport à l'autre avec la vitesse  $\pm v$  . La relation (3) suffit alors pour garantir que les deux horloges sont vues à partir de l'autre repère au ralenti , avec le même facteur  $\gamma$  .

Cette constatation est évidemment cohérente avec le fait que les rythmes des deux horloges sont insensibles aux déplacements. On peut dire qu'il ne saurait en être autrement !

On peut signaler aussi , que la même relation (3) suffit pour démontrer la forme simplifiée de la transformation de Lorentz !

Cette démonstration tensorielle peut être utilement complétée par une démonstration en algèbre géométrique. On peut même dire que si on nie l'unité de temps et de distance , cela voudrait dire que l'algèbre géométrique<sup>1</sup> est fausse !

### *Petit intermède mathématique !*

J'ai eu la chance d'aborder la relativité par la lecture d'un merveilleux ouvrage , « Riemannsche Geometrie und Tensoranalysis » de P.K.Raschewski. Lui au moins n'avait pas oublié les vecteurs. Aujourd'hui je n'ai trouvé l'essentielle relation (3) que dans un seul livre<sup>2</sup> , anglais ou français ! Comment voulez vous baser la moindre démonstration dans Wikipedia , même évidente , si vous devez vous priver de cela. Les gardes-chiourme seront trop heureux de vous montrer la porte !

Alors reprenons : nous envoyons un astronaute à la vitesse  $v$  vers une planète lointaine ; il y arrive à l'instant  $\tau$  marqué par son horloge (ce serait plus clair de parler de « compteur de secondes » ...). La transformation de Lorentz dit que ce temps correspond sur le repère terrestre à  $t$  tel que :

$$4/ \quad t = \gamma \tau \quad \text{avec} \quad \gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$$

On peut re-démontrer<sup>3</sup> cela en notant que vecteur  $e_0 t$  est la projection orthogonale du vecteur  $e'_0 \tau$  . En effet on a :

$$5/ \quad 0 = (e_0 t - e'_0 \tau) \cdot e_0 = t - \gamma \tau$$

En même temps on démontre la réciprocity en cherchant sur  $e_0 t$  un vecteur  $e_0 t'$  tel que :

$$6/ \quad 0 = (e_0 t' - e'_0 \tau) \cdot e'_0 = \gamma t' - \tau$$

Je vous invite à comparer cela avec la rédaction actuelle de « La Dilatation du Temps » ... .

Et bien croyez-le ou pas , on m'a dit que mon calcul etait juste , mais jugé sans intérêt par la communauté scientifique , puisque publié nulle part ... . Je suis donc censé être le seul physicien , au monde (!) , à avoir exprimé mathématiquement la propriété , archi connue , de l'orthogonalité de la surface de simultanéité par rapport à l'axe des temps !

En réalité ce problème est profond , puisque il s'agit de la principale objection à la relativité que font les débutants , et même des physiciens amateurs qui se croient avancés. La clé de la question est très simple , il suffit de leur dire : les (bonnes) horloges sont insensibles aux déplacements ! La symétrie découle automatiquement de la relation (3).

Mais voilà , c'est précisément ce que l'on se refuse à leur dire.

### *Pourquoi ?!*

Revenons un peu en arrière. Si Einstein avait anticipé sur l'espace-temps et s'il avait su employer les vecteurs unitaires , il aurait pu écrire :

$$7/ \quad e'_0 \tau = e'_0 \gamma^{-1} t = (e'_0 \gamma^{-1}) t = e'_0 (\gamma^{-1} t)$$

Il aurait eu le choix entre les deux interprétations ! Il ne fait aucun doute dans mon esprit que c'est la deuxième qui traduit le mieux la réalité physique ! La première est une variante « als ob » qui a malheureusement été retenue. Au plan des principes c'est grave car on évacue la mesure du temps (scalaire) au bénéfice d'un rythme factice de l'horloge (vectorielle). Les grands et les petits savants se sont prudemment alignés derrière Einstein. Alors pourquoi y a t'il un problème puisque les calculs sont les mêmes ?

---

1. On peut construire la relativité à partir de la seule formule  $ab = a \cdot b + a \wedge b$   
 2. Gourgoulhon Relativité Générale  
 3. La formule du  $\gamma$  se re-démontre en écrivant le  $ds^2$

J'ai découvert cela lorsque je me suis aventuré sur Wikimedia. J'ai vu avec surprise qu'il s'était développé un secret, une espèce de tabou, sur les rythmes comparés des horloges ! Il est aujourd'hui impossible d'écrire, aussi bien en anglais qu'en français, que deux horloges se déplaçant à vitesses constante l'une par rapport à l'autre, ont le même rythme ! On a même prétendu que cette comparaison ne voulait rien dire, même si ce sont des horloges atomiques.

Il faut bien reconnaître que les grands et petits savants n'ont rien fait, à l'exception du professeur Lévy-Leblond<sup>4</sup>, pour dissiper ce faux mystère ! Ils ne disent jamais que le rythme des horloges ne varie pas, mais ils ne disent pas non plus le contraire, à part quelques étourdis ! De là sorte il est presque impossible de « sourcer » quelque chose qui permette de corriger Wikipedia. Les gardes-chiourme ont encore de beaux jours devant eux. Mais à la place des étudiants je me sentirais quand même frustré.

Ce qui est clair c'est que les « savants » enseignants ont mal fait leur travail explicatif. Donnons un exemple. Oublions un instant que les unités de mesure du temps et de la distance ont été unifiées. Lorentz et Poincaré se sont posé la question de la réalité du raccourcissement des distances à bord de la fusée. Aujourd'hui plus personne ne croit au raccourcissement de la barre de platine ! Alors pourquoi croirions-nous qu'une horloge qui se déplace retarde effectivement ? Mais justement elles ont été unifiées ! La question est donc réglée<sup>5 6</sup>.

Il y a aussi la question du « clock postulate ». On en fait toute une histoire alors qu'il s'agit simplement d'appliquer dans un espace plat les règles du calcul différentiel, c'est-à-dire hors gravité. Et on trouve par des expériences très précises que les horloges gardent leur rythme, ce qui paraît conforme aux prétentions de l'industrie horlogère !

Ce qui est dommage aussi pour les lecteurs de Wikipedia, c'est que l'adoption d'une interprétation proche de la vérité physique ferait tomber d'un seul coup beaucoup de fausses questions qu'ils se posent. Tant pis pour eux !

Georges Ringeisen

Décembre 2019

### Quelques précisions supplémentaires en ce qui concerne le « clock postulate ».

Il s'agit d'élargir le principe de relativité à des référentiels se déplaçant non uniformément par rapport à un référentiel supposé fixe, donc avec des accélérations, tout en restant de le cadre de la relativité restreinte.

Il existe une abondante littérature à ce sujet dont je n'ai pu prendre connaissance que très marginalement. Mais ce qui est évident, c'est que ces textes sont fidèles à l'interprétation Einsteinienne des horloges. Il n'est pas étonnant que cela entraîne quelques difficultés théoriques.

Etant adepte, comme le professeur Levy-Leblond, de la chrono-géométrie, je considère que la métrique de l'espace-temps permet d'approximer n'importe quelle trajectoire par des petits segments rectilignes. Ce qui conduit à :

$$8/ \quad \gamma_n d\tau = dt \quad \text{avec} \quad \gamma_n = e_n \cdot e_0 = (1 - v_n^2)^{-1/2} \quad \text{et} \quad e_n^2 = e_0^2 = 1$$

où  $\gamma$  est par  $v_n$  fonction de  $t$ .

$$9/ \quad \Delta\tau = \int d\tau = \int \gamma^{-1} dt$$

4. Lévy-Leblond Le paradoxe des jumeaux

5. Je pense que cette unification n'aurait pas été possible sans les horloges atomiques à la précision quasi infinie.

6. De plus il est facile de démontrer que le temps propre d'une trajectoire rectiligne est indépendant du repère de projection. Ceci implique forcément que l'horloge propre qui mesure ce temps soit elle même indépendante de ce repère ! Il est alors évident que ceci implique que les horloges soient insensibles à leurs déplacements !

On met donc en évidence la signification vectorielle du  $\gamma$ , ce qui équivaut à reconnaître que l'horloge transportée ne change pas de rythme ! Donc le « clock postulate » n'est pas un postulat ajouté, mais un théorème.

Inversement si on s'accroche aux définitions Einsteinienne on ajoute des  $\sqrt{(dt)^2}$  sans signification métrique évidente. On peut être amené à se poser des questions curieuses. Par exemple : en additionnant les segments tient-on compte de l'effet des angles ... ? Est-il donc nécessaire d'ajouter des termes tenant compte de l'accélération ... ?

Et l'on voit des livres d'enseignement renommés <sup>7</sup> introduire le « Wristwatch Time » sans mentionner une seule fois que le rythme de cette montre est insensible aux déplacements ...

Comprenez qui voudra ...

Georges Ringeisen

Mai 2020

---

<sup>7</sup>. Spacetime Physics E.F. Taylor J.A. Wheeler